M. Perušić[1], B. Pejović[1], R. Filipović[1], M. Smiljanić[1], M. Radić[1]

**DOI: 10.7251/JEPMSR1608065P**

**UDK: 536.7:621.642**

***Stručni rad***

# NOVI PRILAZ ODREĐIVANJU MINIMALNE ZAPREMINE REZERVOARA ZA KOMPRIMOVANI VAZDUH

Mitar Perušić[1], Branko Pejović[1], Radislav Filipović[1], Milenko Smiljanić[1], Mirko Radić[1]

*mperusic@teol.net*

[1]*Tehnološki fakultet Zvornik, Univerzitet u Istočnom Sarajevu, RS-BiH*

***Izvod***

*U radu je, na osnovu relacije za maksimalan rad kod zatvorenih termodinamičkih sistema, izveden opšti model za određivanje minimalne zapremine rezervoara za komprimovani vazduh. S obzirom, da u posmatranom sistemu postoji mehanička i termodinamička neravnoteža, ispunjeni su uslovi za dobijanje maksimalnog rada. Dobijena relacija, koja predstalja novi model, može se direktno koristiti u tehničkoj praksi za slučaj da su poznati parametri koji definišu početno stanje u rezervoaru, parametri okoline, kao i energija koju je potrebno dobiti od komprimovanog vazduha. Radi potpunijeg predstavljanja posmatranog procesa, isti je predstavljen u radnom p-v i toplotnom T-s dijagramu. Pored analitičkog, u radu je predstvljeno i grafičko rešenje postavljenog problema, koje može poslužiti i za kontrolu dobijenih rezultata. Takođe, ilustrovana je primena izvedenog modela na praktičnom primeru, gdje je određena minimalna zapremina sfernog rezervoara u kojem se nalazi vazduh.*

**Ključne reči**: *proces, rezervoar, termodinamička neravnoteža, vazduh, zapremina.*

## 1. UVOD

Kao što je poznato, rezervoari su posude namijenjene za čuvanje fluida ili čvrstih materijala. Za skladištenje gasova pod pritiskom najčešće se koriste cilindrični i sferni rezervoari, pod visokim pritiskom u cilju skladištenja što veće količine gasova [1,2].

Rezervoari, treba da ispunjavaju propise u pogledu osnovnog konstrukcionog materijala, kvaliteta zavarenih spojeva, tehnologije izrade u pogledu sigurnosti u eksploataciji. Naročito su strogi zahtjevi koje rezervoari treba da ispune u pogledu visokog pritiska i temperature, što se posebno ogleda u izboru konstrukcionog materijala. Treba napomenuti da kod gasovitih materija postoje oni sa izrazito agresivnim dejstvom. Značajan faktor je i temperatura, koja povećava agresivnost radne sredine i utiče na mehaničke osobine konstruktivnog materijala [1,2,3]. Zapremina rezervoara zavisi od njegove geometrije, posebno prečnika $D$ i visine $H$, na osnovu čega se projektuju. U nastavku rada, biće predložen jedan novi pristup određivanju zapremine rezervoara za komprimovani vazduh sa aspekta maksimalnog rada. Komprimovani vazduh se čuva u rezervoarima na određenom pritisku i temperaturi, polazeći od prethodnog, postavlja se pitanje određivanja zapremine rezervoara za komprimovani vazduh pri određenim uslovima.

Rešavanje ovog problema moglo bi se izvesti izjednačavanjem eksergije komprimovanog vazduha u rezervoaru zadatih parametara $p$, $T$ sa zadanom energijom $E_{xu}=E$. Pri ovome, eksergija je identična sa maksimalnim zapreminskim radom, $E_{xu}=W_{max}$, uz pretpostavku je da su poznati parametri okoline $p_0$, $T_0$. Obzirom da je $E_{xu}>E$, kao što će se kasnije vidjeti, izračunata zapremina rezervoara odgovaraće njenoj minimalnoj vrijednosti.

## 2. MAKSIMALNI ZAPREMINSKI RAD

Relacija za maksimalni rad u literaturi se dobija na različite načine, u ovom radu za dobijanje maksimalnog rada će biti primijenjena sprega I i II zakona termodinamike [4,5,6,7,8]. Ukupna promjena entropije sistema u najopštijem slučaju, sastoji se od promjene entropije radne materije $S_1$-$S_0$ i promjene entropije okoline $Q/T_0$. Pod pretpostavkom da je smjer u kojem se toplota prenosi od okoline ka radnoj materiji, prema II zakonu biće:

$$S_0 - S_1 - \frac{Q}{T_0} \geq 0 \qquad (1)$$

Ako u jednačinu (1) uvedemo porast entropije usled nepovratnosti procesa, za opšti slučaj nepovratnog procesa

$$S_0 - S_1 - \frac{Q}{T_0} - \Delta S_{irv} \geq 0 \qquad (2)$$

Odnosno,

$$(S_0 - S_1) \cdot T_0 - Q - T_0 \cdot \Delta S_{irv} = 0 \qquad (3)$$

Razmijenjena količna toplote u (2) eliminisaće se primjenom I zakona termodinamike,

$$Q = W + \Delta U = W + (U_0 - U_1) \qquad (4)$$

gdje se proces odvija od početnog stanja 1 do krajnjeg 0, sl. 1. Zamjenom (4) u (3) dobija se:

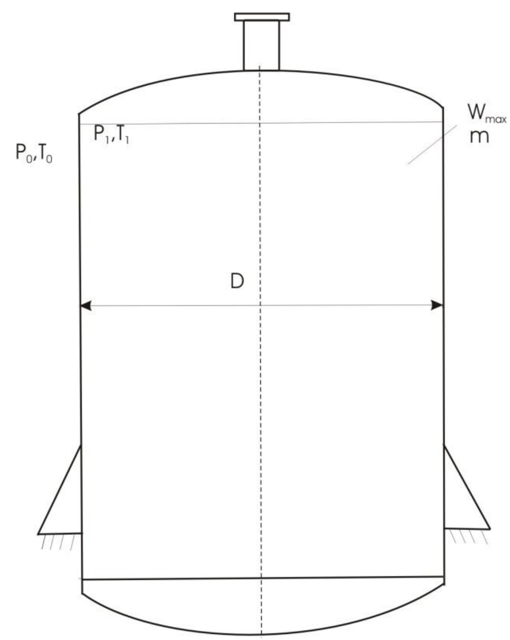
$$(S_0 - S_1) \cdot T_0 - W - (U_0 - U_1) - T_0 \cdot \Delta S_{irv} = 0 \qquad (5)$$

Odnosno rad u opštem obliku biće;

$$W = (U_1 - U_0) - T_0 \cdot (S_1 - S_0) - T_0 \cdot \Delta S_{irv}\ [J] \qquad (6)$$

Maksimalni rad će se dobiti u slučaju kada su svi procesi koji se obavljaju povratni, odnosno $\Delta S_{irv} = 0$, pa iz (6) slijedi:

$$W_{max} = (U_1 - U_0) - T_0 \cdot (S_1 - S_0)\ [J] \qquad (7)$$




*Slika 1. Cilindrični rezevoar za tehničke gasove*

Na slici 1, prikazan je šematski cilindrični rezervoar za tehničke gasove, stanje okoline se definiše sa parametrima $p_0$, $T_0$, dok su parametri koji definišu početno stanje gasa u rezervoaru $p_1$, $T_1$. Pri ovome, radna materija mijenja zapreminu od $V_1$ do $V_0$, gdje je $V_0$ zapremina radne materije pri $p_0$, $T_0$. Zbog pomenute promjene zapremine, vrši se rad protiv pritiska okoline u iznosu [7,8,9,10].

$$W_{po} = p_0 \cdot (V_0 - V_1) \tag{8}$$

Za ovaj iznos neophodno je da se umanji izraz za $W_{max}$, s obzirom da se rad potiskivanja okoline ne može uzimati kao koristan rad izvan sistema *radna materija-okolina*, uzimajući navedeno prema (7) biće,

$$W_{max} = (U_1 - U_0) - T_0 \cdot (S_1 - S_0) - p_0 \cdot (V_0 - V_1) \tag{9}$$

ilikonačno,

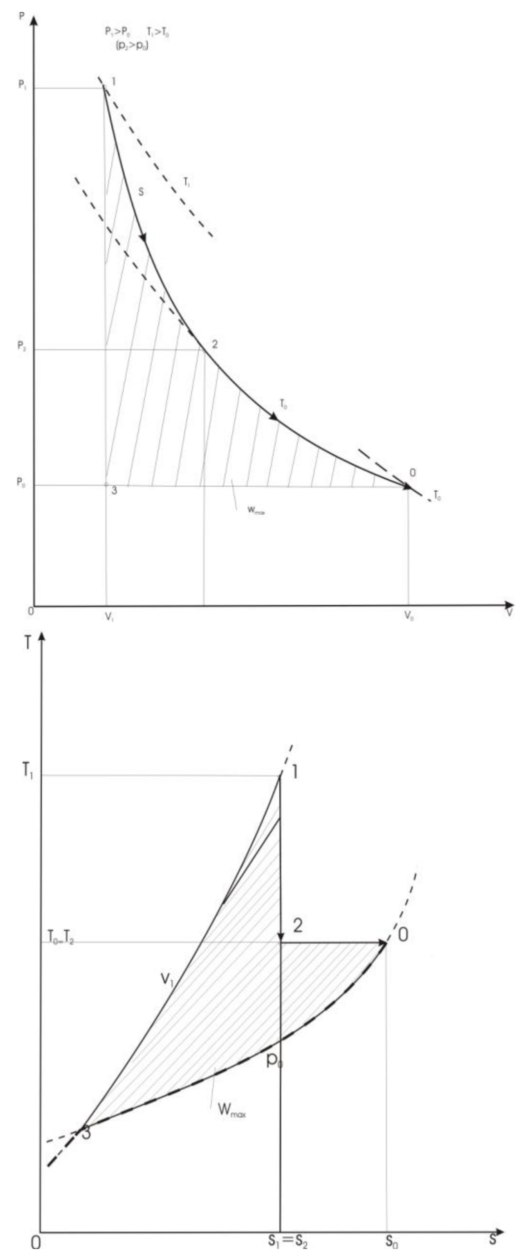
$$W_{max} = (U_1 - U_0) - T_0 \cdot (S_1 - S_0) - p_0 \cdot (V_1 - V_0) \tag{10}$$

Izraz (10) u suštini predstavlja eksergiju radne materije u zatvorenom termodinamičkom sistemu, za bilo koje stanje radne materije definisano veličinama stanja $p$, $T$, $V$, te ima oblik:

$$E_{xu} = W_{max} = (U - U_0) - T_0 \cdot (S - S_0) - p_0 \cdot (V - V_0) \tag{11}$$

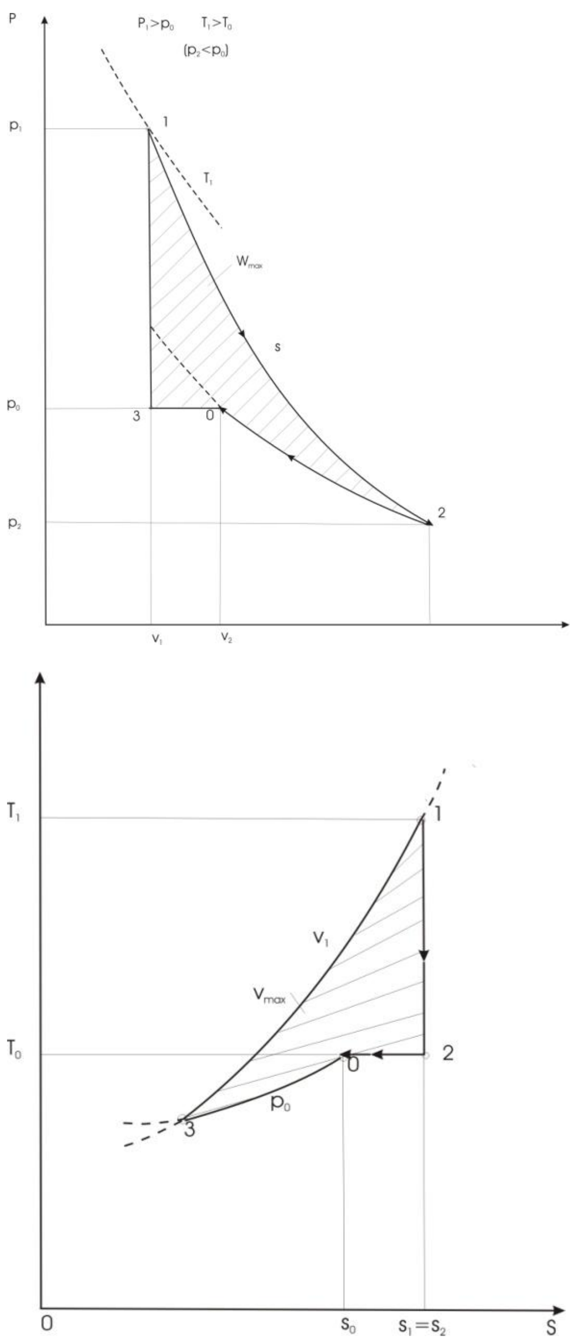
U oznaci, indeks ($u$) ukazuje da je riječ o eksergiji koja se odnosi na materiju u zatvorenom sistemu. Zavisno od odnosa parametara $p$,$T$ i $p_0$,$T_0$, problematika maksimalnog zapreminskog rada može se za ove slučajeve predstaviti u radnom $p$-$v$ dijagramu.

Za slučaj komprimovanih gasova u rezervoarima u praksi je najčešće $p>p_0$ i $T>T_0$, pa su moguća dva karakteristična slučaja. Na slici 2. Za slučaj $p_2>p_0$ prdstavljen je maksimalni rad $W_{max}$ u $p$-$v$ i $T$-$s$ dijagramu za prvi karakterističan slučaj.




*Slika 2. Grafičko predstavljanje maksimalnog zapreminskog rada u p-v i T-s dijagramu za slučaj $p_1>p_0$, $T_1>T_0$ i $p_2>p_0$*

Za drugi karakterističan slučaj $p_2<p_0$, maksimalni rad $W_{max}$ je predstavljen u *p-v* i *T-s* dijagramu, slika 3.




*Slika 3. Grafičko predstavljanje maksimalnog zapreminskog rada u p-v i T-s dijagramu za slučaj $p_1>p_0$, $T_1>T_0$ i $p_2<p_0$*

Iz prikazanih dijagrama (sl. 2., sl. 3.), vidi se da prelazak iz datog stanja u stanje ravnoteže sa okolinom, na jedinstven povratan način se ostvaruje tako što se prvo obavlja izentropska promjena do temperature okoline, a zatim izotermska promjena do pritiska okoline (termička i mehanička ravnoteža) [11,12,13,14]. U oba prikazana slučaja uočavaju se dijelovi površina koji predstavljaju pojedine članove iz jednačine (11), [15,16,17,18].

## 3. IZVOĐENJE RELACIJE ZA REŠAVANJE PROBLEMA

Specifičan zapreminski maksimalan rad (eksergija), prema (10) a s obzirom na stanje 1 i 0, biće:

$$w_{max} = (u_1 - u_0) - T_0 \cdot (s_1 - s_0) - p_0 \cdot (v_1 - v_0) \tag{12}$$

Radi dobijanja pogodnije relacije, unutrašnju energiju iz relacije (12), predstavićemo preko [19, 20],

$$u_1 = h_1 - p_1 \cdot v_1$$
$$u_0 = h_0 - p_0 \cdot v_0 \tag{13}$$

Odnosno, zamjenom (13) u (12) biće:

$$w_{max} = (h_1 - p_1 \cdot v_1) - (h_0 - p_0 \cdot v_0) - T_0 \cdot (s_1 - s_0) - p_0 \cdot (v_1 - v_0) \tag{14}$$

Sređivanjem relacije (14) biće maksimalan rad izražen preko entalpije:

$$w_{max} = (h_1 - h_0) - T_0 \cdot (s_1 - s_0) - v_1 \cdot (p_1 - p_0) \tag{15}$$

Promjena entalpije može se napisati kao [21,22]

$$h_1 - h_0 = c_p \cdot (T_1 - T_0) = \frac{R \cdot k}{k-1} \cdot (T_1 - T_0) \tag{16}$$

Promjena entropije biće [23,24,25,26]

$$s_1 - s_0 = c_p \cdot ln\frac{T_1}{T_0} - R \cdot ln\frac{p_1}{p_0} = c_p \cdot (ln\frac{T_1}{T_0} - \frac{k-1}{k} \cdot ln\frac{p_1}{p_0}) \tag{17}$$

S obzirom da je:

$$c_p = \frac{R \cdot k}{k-1} \; i \; k = \frac{c_p}{c_v} \tag{18}$$

Zamjenom (16), (17) u (15) biće:

$$w_{max} = \frac{R \cdot k}{k-1} \cdot (T_1 - T_0) - T_0 \cdot c_p \cdot \left(ln\frac{T_1}{T_0} - \frac{k-1}{k} \cdot ln\frac{p_1}{p_0}\right) - v_1 \cdot (p_1 - p_0) \tag{19}$$

Uzimajući u obzir da je

$$w_{max} = \frac{W_{max}}{m} = \frac{E_{xu}}{m} \ i \ v_1 = \frac{V_1}{m} = \frac{R \cdot T_1}{p_1} \tag{20}$$

Nakon određenih matematičkih transformacija iz (19) u (20), slijedi da je tražena zapremina rezervoara:

$$V_1 = \frac{E_{xu} \cdot R \cdot T_1}{c_p \cdot (T_1 - T_0) - T_0 \cdot c_p \cdot \left(ln\frac{T_1}{T_0} - \frac{k-1}{k} \cdot ln\frac{p_1}{p_0}\right) - R \cdot T_1 \cdot \left(1 - \frac{p_0}{p_1}\right)} \cdot \frac{1}{p_1} \tag{21}$$

## 4. GRAFIČKO REŠENJE PROBLEMA

Na osnovu *p-v* dijagrama, prema sl. 2 i sl.3, maksimalan rad može se dobiti kao:

$$w_{max} = w_{12} + w_{20} + w_{03} \tag{22}$$

Gdje je rad ekspanzije pozitivan, a rad kompresije negativan. Zapreminski rad izentropske promjene biće:

$$w_{20} = R \cdot T_0 \cdot ln\frac{p_2}{p_0} \tag{24}$$

gdje se pritisak u tački 2 određuje iz zakona izentrope 1-2 u *p-T* koordinatama.

$$T_1 \cdot \left(\frac{1}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = T_2 \cdot \left(\frac{1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = const. \tag{22}$$

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \tag{26}$$

Zapreminski rad izobare biće, $dw = p \cdot dv$.

$$w_{03} = p_0 \cdot (v_3 - v_0) \tag{27}$$

gdje je:

$$v_0 = \frac{R \cdot T_0}{p_0} \ i \ v_3 = v_1 = \frac{R \cdot T_1}{p_1} \tag{28}$$

Zamjenom (23) i (24) u (22), specifični maksimalni zapreminski rad biće:

$$w_{max} = \frac{R}{k-1} \cdot (T_1 - T_2) + R \cdot T_0 \cdot ln\frac{p_2}{p_0} + p_0 \cdot (v_1 - v_0) \tag{29}$$

gdje je:

$$v_0 = \frac{R \cdot T_0}{p_0} \ i \ v_1 = \frac{R \cdot T_1}{p_1} \tag{30}$$

Koristeći relacije (20), (28), (29) i (30), moguće je dobiti zapreminu rezervoara prema grafičkom postupku.

## 5. RAČUNSKI PRIMJER

U sfernom rezervoaru, sl.4., nalazi se komprimovani vazduh stanja $t_1=100°C$, i $p_1=10bar$. Stanje okoline je $p_0=1bar$, $t_0=20°C$. Potrebna energija komprimovanog vazduha je $E=4000J$. Potrebno je odrediti minimalnu zapreminu rezervoara kao i njegov unutrašnji prečnik.

**Rešenje:**

Rešavanje ovog problema provodimo tako što se određuje pritisak u tački 2 prema (26):

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 10 \cdot \left(\frac{293}{273}\right)^{\frac{1,4}{0,4}} = 4,3 \ bar$$

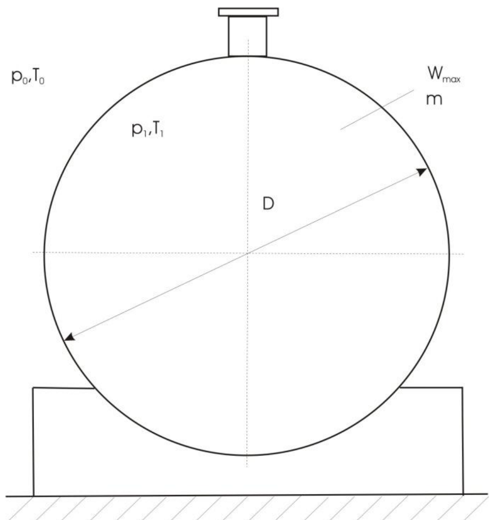
Odavde slijedi da je u pitanju proces prema sl.2. Prilikom konstruisanja dijagrama treba provjeriti položaj tačke 1 u odnosu na tačku 0, poređenjem specifičnih zapremina $v_1$ i $v_0$.

Isto tako, obzirom na termodinamičku neravnotežu, ovdje se radi o termičkoj ($t_1 \neq t_2$) i mehaničkoj ($p_1 \neq p_2$) neravnoteži. Minimalna zapremina dobijena je prema (21):

$$V_1 = \frac{E_{xu} \cdot R \cdot T_1}{c_p \cdot (T_1 - T_0) - T_o \cdot c_p \cdot \left(ln\frac{T_1}{T_0} - \frac{k-1}{k} \cdot ln\frac{p_1}{p_0}\right) - R \cdot T_1 \cdot \left(1 - \frac{p_0}{p_1}\right)} \cdot \frac{1}{p_1}$$

$$V_1 = \frac{4000 \cdot 10^3 \cdot 287 \cdot 373}{1007 \cdot 80 - 293 \cdot 1007 \cdot \left(ln\frac{373}{293} - \frac{0,4}{1,4} \cdot ln\frac{10}{1}\right) - 287 \cdot 373 \cdot \left(1 - \frac{1}{10}\right)} \cdot \frac{1}{10^6}$$

$$V_1 = V_{min} = 4m^3$$




*Slika 4. Sferni rezervoar za vazduh*

Potrebna masa vazduha u rezervoaru dobije se iz gasne jednačine stanja:

$$m = \frac{p_1 . V_1}{R \cdot T_1} = \frac{10 \cdot 10^5 \cdot 4}{287 \cdot 373} = 37{,}37\ kg$$

Treba zapaziti, obzirom da je zadana energije $W=E<W_{max}=E_{xu}$, dobijena je minimalna zapremina rezervoara za vazduh.

Stvarna zapremina, zbog nepovratnosti realnih procesa je nešto veća od izračunate zapremina $V_1$. Minimalni unutrašnji prečnik sfernog rezervoara računa se:

$$D = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V_1}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 4}{\pi}} = 1{,}97m$$

$$D = D_{min} = 2m$$

Pri čemu je $V_1=V_{min}$.

## 5. ZAKLJUČAK

Dobijena zapremina rezervoara prema predloženom modelu predstavlja minimalnu zapreminu iz razloga što su realni procesi nepovratni te je stvarna zapremina veća od izračunate. Rezultati dobijeni na prikazani način mogu se koristiti za procjenu stvarne zapremine. U slučaju da se u rezervoaru ne nalazi vazduh već neki drugi gas, prikazana metodologija se ne može koristiti u datom obliku iz razloga što postoji i koncentarciona neravnoteža.

Uzimajući u obzir da se kod zatvorenih termodinamičkih sistema, radna sposobnost izražava preko zapreminskog rada i jednaka je maksimalnom radu, predloženi koncept dimenzionisanja rezervoara ima svoje potpuno uporište. Pored minimalne zapremine, model omogućava i određivanje potrebne mase vazduha i analizu uticajnih parametara.

Kod grafičkog predstavljanja treba pristupiti obazrivo iz razloga što izentropska i izobarska promjena mogu imati različit tok zavisno od njihovog krajnjeg ili početnog stanja (tč. 2, sl.2 i sl.3).

Predloženi model predstavlja primjer efikasne primjene koncepta maksimalnog rada, koji se danas široko koristi u mnogim tehničkim disciplinama, kako u teorijskim tako i praktičnim razmatranjima.

## LITERATURA

[1] Kasatkin, A. G. (1991). *Osnovnie procesi i oporabi hemičeskoj tehnologii.* Moskva: Hemija.

[2] Lašinskij, A. A. (1995). *Osnovi konstruinovanije i rasčeta hemičeskoj aparaturi*. Leningrad: Mašinostroenie.

[3] Rosenthal, E. (2005). *Elements of Machine Design*. New York: McGraw Hill.

[4] Abbot, M. M., & Van Ness, H. C. (1976). *Thermodynamics*. New York: McGraw Hill.

[5] Baehr, H. D. (1973). *Termodynamik.* Berlin: Springer-Verlag.

[6] Bazarov, I. P. (1983). *Termodinamika.* Moskva: Višaja škola.

[7] Black, W. Z. (1985). *Thermodynamics.* New York: Harper and Row.

[8] Bošnjaković, F. (1962). *Nauka o toplini-dio prvi*. Zagreb: Tehnička knjiga.

[9] Buki, G. (1997). *Energetika*. Budapest: MK.

[10] Carnot, S. (1824). *Reflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propers a developer cette puissance.* Paris: Bachelier.

[11] Doering, E., Schedwill, H., & Dehl, M. (2005). *Grundlagen der Techniscen Termodynamik.* Stutgart: Teubner.

[12] Žukovskij, V. S. (1983). *Termodinmika.* Moskva: Energoatomizdat.

[13] Fenn, J. B. (1982). *Engines, Energy and Entropy.* Englewood: Prentice-Hall Inc.

[14] Fermi, E. (1936). *Thermidynamics.* New York: W.H. Freeman and Comp.

[15] Guhman, A. A. (1986). *Ob osnovanijah termodinamiki.* Moskva: Energoatomizdat.

[16] Karlekar, B. V. (1983). *Thermodynamics for Engineers.* Englewood Cliffs: Prentice-Hall Inc.

[17] Kozić, Đ., & Šelmić, R. (2004). *Termodinamika i Termotehnika.* Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.

[18] Kozić, Đ., Vasiljević, B., & Bekavac, V. (2007). *Priručnik za termodinamiku.* Beograd: Mašinski fakultet.

[19] Leonova, V. F. (1968). *Termodinamika.* Moskva: Višaja škola.

[20] Michael, J. M., & Howard, N. S. (1999). *Fundamentals of Engineering Thermodynamics.* New York: Wiley.

[21] Rant, Z. (1963). *Termodinamika-knjiga za uk i prakso.* Ljubljana: Univerza v Ljubljani.

[22] Reynolds, W. C. (1968). *Thermodynamics.* New York: McGraw-Hill Book Co.

[23] Szargut, J. (1985). *Termodynamika.* Warszawa: PWN.

[24] Proczka, J.J. & et.al. (2013). *Guidelines for the pressure and efficient sizing of pressure vessels for compressed air energy storage*. Elsevier: Energy Conversion and Management.

[25] Tribus, M. (1967). *Thermostatics and Thermodynamics.* New Jersey: Van Nostrand Comp.

[26] Vejnik, A. I. (1956). *Tehničeskaja termodinamika i osnovii teploperadači.* Moskva: Metalurgizdat.

**DOI: 10.7251/JEPMSR1608065P**

**UDK: 536.7:621.642**

**Expert paper**

# NEW APPROACH TO DETERMINING OF COMPRESSED AIR TANK MINIMAL VOLUME

Mitar Perušić[1], Branko Pejović[1], Radislav Filipović[1], Milenko Smiljanić[1], Mirko Radić[1]

*mperusic@teol.net*

[1]*Faculty of Technology, University of East Sarajevo, Zvornik, RS-BiH*

## Abstract

*Based on relations for the maximum work at the closed thermodynamic system, the paper presents implementation of a general model for determining the minimum storage volume for compressed air. Due to the mechanical and thermodynamic imbalance of observed model, there are the conditions for obtaining the maximum work. Derived relations, which represent a new model, can be directly used in technical practice for the case that are known parameters that define the initial state in the reservoir, the parameters of the environment, and energy to get from the compressed air. For a complete presentation of the reporting process, it is presented in the working p-v and thermal T-s diagram. In addition to the screening, the paper presents and graphic design of the problem, which can also be used to control of the results. Also, it is illustrated the application of the model on a practical case, where a certain minimum volume of the storage tank filled with air.*

**Keywords:** *air, process, tank, thermodynamics imbalance, volume.*